Semaine(s) 3-4, du 30-09-2024 au 11-10-2024

Compléments sur l'algèbre linéaire.

Cours : la connaissance des énoncés suivants sera vérifiée au cours de la colle. Rappels de première année :

- Définition d'une application linéaire par l'image des vecteurs d'une base. Corollaires : caractérisation des application linéaires égales, de l'application linéaire nulle (savoir redémontrer rapidement que si f et g sont égales sur une base de E, alors $f = g$).
- Théorème du rang (en particulier : application aux matrices).
- Définition d'une équation linéaire ; ensemble des solutions d'une telle équation.

Résultats de deuxième année :

- Trace d'une matrice carrée, d'un endomorphisme. Propriétés de la trace.
- Théorème du rang appliqué à une matrice $A \in \mathscr{M}_{np}(\mathbb{K})$.
- Définition de la somme de n sous-espaces d'un espace vectoriel E.
- Somme directe de n sous-espaces d'un espace vectoriel E ; caractérisation dans le cas de la dimension finie.
- Définition de n sous-espaces supplémentaires ; caractérisation dans le cas général, cas de la dimension finie.
- Définition : sous-espace stable par un endomorphisme, endomorphisme induit.
- Caractérisation des sous-espaces stables engendrés par une famille finie de vecteurs.
- Si f et g commutent, $\operatorname{Ker} f$ est stable par g (savoir redémontrer rapidement ce résultat).
- Matrice d'un endomorphisme dans une base adaptée à un sous-espace stable ; matrice d'un endomorphisme dans une base adaptée à des sous-espaces supplémentaires stables.
- Déterminant d'une matrice triangulaire par blocs.