

Évènements en probabilités

Univers associé à une expérience aléatoire. Considérons une expérience aléatoire. Les résultats possibles de cette expérience appelés également *réalisations* ou *issues* forment un ensemble appelé *univers associé à l'expérience* et noté (en général) Ω .

Les évènements. On appelle *évènement* un sous-ensemble A des résultats possibles. On a donc $A \subset \Omega$ (ou encore $A \in \mathcal{P}(\Omega)$ avec $\mathcal{P}(\Omega)$ l'ensemble des parties de Ω). À l'issue de l'expérience, le résultat peut soit être un élément de A , dans ce cas on dira que l'évènement A est *réalisé*, soit ne pas appartenir à A . On distingue les évènements particuliers suivants :

- L'évènement Ω qui est toujours réalisé, on parle d'évènement *certain*;
- L'évènement \emptyset qui n'est jamais réalisé, on parle d'évènement *impossible*;
- Si ω est un résultat possible de l'expérience aléatoire, on peut considérer l'évènement $A = \{\omega\}$. Il ne sera réalisé que si le résultat de l'expérience est précisément ω , on parle alors d'évènement *élémentaire*.

Exemple. On lance indéfiniment une pièce de monnaie et on note les résultats obtenus. On s'arrête lorsque l'on obtient *face* pour la première fois. Les résultats possibles de cette expérience aléatoire peuvent être notés :

F (on obtient *face* dès le premier tirage)
 PF (on obtient *face* au deuxième tirage)
 PPF (on obtient *face* au troisième tirage)
 $PPPF$ (on obtient *face* au quatrième tirage)
 \vdots
 $PP\dots$ (on n'obtient que des *pile*)

On pourra considérer par exemple les évènements :

- A : on obtient *pile* aux deux premiers tirages;
- B : on n'obtient jamais *face*;
- etc.

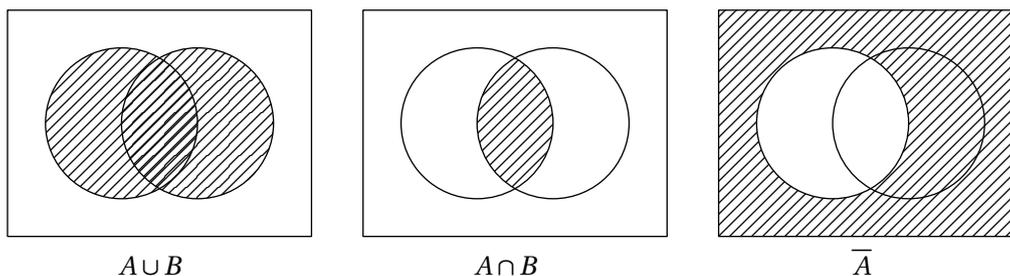
□

Opérations sur les évènements. Soient A et B deux évènements. On peut considérer un nouvel évènement constitué des éléments de A ainsi que de ceux de B . Cet évènement sera alors réalisé si, et seulement si, A est réalisé ou B est réalisé. On le note $A \cup B$. On peut également considérer un nouvel évènement constitué des éléments qui appartiennent à la fois à A et à B . Cet évènement

sera alors réalisé si, et seulement si, A est réalisé et B est réalisé. On le note $A \cap B$. Finalement, on peut considérer un évènement qui est constitué des éléments de Ω qui n'appartiennent pas à A . Cet évènement est réalisé si, et seulement si, A n'est pas réalisé. On le note \bar{A} (complémentaire de A).

Remarque. On pourra retenir que \cap correspond à « et », \cup correspond à « ou » et le complémentaire correspond à la négation « non. » □

Illustration graphique. Le cercle de gauche délimite l'ensemble A , celui de droite l'ensemble B et le rectangle englobant représente l'ensemble Ω . Les parties hachurées correspondent respectivement à $A \cup B$, $A \cap B$ et \bar{A} .



Rappel : les lois de de Morgan. Si A et B sont deux évènements, alors :

$$\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$$

$$\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$$

ce qui traduit les identités logiques :

- A et B n'est pas réalisé si, et seulement si, A n'est pas réalisé *ou* B n'est pas réalisé ;
- A ou B n'est par réalisé si, et seulement si, A n'est pas réalisé *et* B n'est pas réalisé.

