



Régressions linéaires

Exemple. On veut réaliser une régression linéaire sur le tableau de mesures :

x	0	2.5	5	7.5	10
y	2.2	7.7	12.4	17.7	21.1

◇ Avec PYTHON, on utilise la fonction **linregress**. Elle retourne 5 valeurs, seules les trois premières nous intéressent : ce sont les coefficients a et b de la régression ainsi que le coefficient de corrélation.

```
import numpy as np
from scipy.stats import linregress
x = np.array([0, 2.5, 5, 7.5, 10])
y = np.array([2.2, 7.7, 12.4, 17.7, 21.1])
(a,b,rho,_,_) = linregress(x,y)
print("a =", a, "b =", b, "rho =", rho)
```

$a = 1.912$ $b = 2.66$ $\rho = 0.997245365945$

Exemple Python. On mesure la quantité $Q(t)$ d'un certain médicament présent dans le sang d'un patient, les résultats sont regroupés dans le tableau suivant :

t (h)	1	4	5	10	15
Q ($\text{mg}\cdot\text{L}^{-1}$)	82.9	43.6	36.3	13.6	5.0

On suppose que la quantité $Q(t)$ suit une loi de la forme $Q(t) = Q_0 \exp(-t/\tau)$. On veut déterminer des valeurs approchées de Q_0 et τ . On commence par définir les listes **t_mes** et **Q_mes** associés aux valeurs mesurées :

```
from math import *
import numpy as np
from scipy.stats import linregress

t_mes = [1, 4, 5, 10, 15]
Q_mes = [82.9, 43.6, 36.3, 13.6, 5.0]
```

En appliquant \ln à la relation $Q(t) = Q_0 \exp(-t/\tau)$, on obtient :

$$\ln(Q(t)) = \ln(Q_0) - \frac{t}{\tau}$$

C'est une relation affine de la forme $\ln(Q(t)) = at + b$. On calcule le tableau $Y = \ln(Q)$ et on réalise une régression linéaire sur t et Y . On en déduit les valeurs de $\tau = -1/a$ et $Q_0 = \exp(b)$.

```
Y = [log(Q) for Q in Q_mes]
(a,b,rho,_,_) = linregress(t_mes,Y)
print("a =", a, "b =", b, "rho =", rho)
```

a = -0.199253316629 b = 4.59557674819 rho = -0.999884474682

```
print("tau =", -1/a, "Q0 =", exp(b))
```

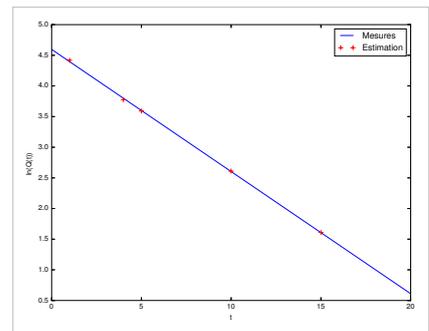
tau = 5.01873703744 Q0 = 99.04524324273271

Représentation graphique de $\ln(Q)$ en fonction de t :

```
import matplotlib.pyplot as plt

Lt = np.linspace(0,20,100)
Ly = [a*t+b for t in Lt]
plt.plot(Lt,Ly,'b-')
plt.plot(t_mes,np.log(Q_mes),'r+')

plt.legend(["Mesures", "Estimation"])
plt.xlabel("t")
plt.ylabel("ln(Q(t))")
```



Représentation graphique de Q en fonction de t :

```
Ly = [exp(a*t+b) for t in Lt]
plt.plot(Lt,Ly,'b-')
plt.plot(t_mes,Q_mes,'r+')

plt.legend(["Mesures", "Estimation"])
plt.xlabel("t")
plt.ylabel("Q(t)")
```

