



Fondements mathématiques des BDD

1 Définition mathématiques des relations

- ◇ Les *domaines* sont des ensembles, par exemple Int (ensemble des entiers), Float (\approx nombres réels), Text (chaines de caractères).
- ◇ Une *relation* (ou *table*) est un sous-ensemble fini d'un produit cartésien de domaines. Les éléments d'une relation sont appelés *enregistrements* (*lignes*).
- ◇ Pour s'y retrouver, chaque domaine utilisé dans une relation porte un nom (*attribut*). Le *schéma* d'une relation est la liste de ces *attributs* chacun suivi de son domaine.

2 Opérations mathématiques sur les relations

- ◇ La *réunion* \cup , l'*intersection* \cap et la *différence* \setminus de deux tables de mêmes schémas.

$$\begin{array}{ll} T_1, T_2 : (A : \text{Int}, B : \text{Int}) & T_1 \cup T_2 = \{(1, 2), (3, 4), (5, 6)\} \\ T_1 = \{(1, 2), (3, 4)\} & T_1 \cap T_2 = \{(3, 4)\} \\ T_2 = \{(3, 4), (5, 6)\} & T_1 \setminus T_2 = \{(1, 2)\} \end{array}$$

Remarque. Ces opérations permettent de représenter mathématiquement les opérations d'ajout et de suppression d'enregistrements dans les relations. \square

- ◇ Le *produit cartésien* \times : on combine tous les enregistrements de la première relation avec tous les enregistrements de la deuxième.

$$\begin{array}{ll} T_1 : (A : \text{Int}, B : \text{Text}) & T_2 : (A : \text{Int}, C : \text{Text}) \\ T_1 = \{(1, u), (2, v)\} & T_2 = \{(2, a), (1, b)\} \end{array}$$

$$T_1 \times T_2 = \{(1, u, 2, a), (1, u, 1, b), (2, v, 2, a), (2, v, 1, b)\}$$

- ◇ La *projection* π : on ne garde que certains attributs.

$$T : (A : \text{Int}, B : \text{Int}, C : \text{Int}) \quad T = \{(1, 2, 3), (4, 5, 6)\}$$

$$\pi_{A,C}(T) = \{(1, 3), (4, 6)\}$$

◇ La *sélection* σ : on ne garde que les enregistrements satisfaisant certaines conditions.

$$T : (A : \text{Int}, B : \text{Int}, C : \text{Int}) \qquad T = \{(1, 2, 3), (4, 5, 6)\}$$

$$\sigma_{A \geq 3}(T) = \{(4, 5, 6)\}$$

◇ La *jointure* (produit cartésien suivi d'une sélection).

$$\begin{array}{ll} T_1 : (A : \text{Int}, B : \text{Text}) & T_2 : (A : \text{Int}, C : \text{Text}) \\ T_1 = \{(1, u), (2, v)\} & T_2 = \{(2, a), (1, b)\} \end{array}$$

$$T_1 \underset{T_1.A=T_2.A}{\bowtie} T_2 = \{(1, u, 1, b), (2, v, 2, a)\}$$

Remarque. La jointure s'exprime comme composition d'un produit cartésien par une sélection :

$$T_1 \underset{T_1.A=T_2.A}{\bowtie} T_2 = \sigma_{T_1.A=T_2.A}(T_1 \times T_2) \quad \square$$

Remarque. Il existe également une opération de *renommage* qui ne change pas la relation mais permet de donner d'autres noms aux attributs. □

3 Architecture trois tiers

- ◇ Un système de gestion de bases de données est un programme disposé en trois couches :
- *Couche physique* ou *couche d'accès aux données* : couche la plus basse, fournit aux couches supérieures l'accès aux données stockées dans des fichiers ;
 - *Couche interne* ou *couche métier* : gère les opérations permises par l'application en faisant appel à la couche physique. Est également en charge de gérer l'intégrité des données et les contrôles d'accès ;
 - *Couche externe* ou *couche de présentation* : partie chargée de la communication avec les utilisateurs. Relais les requêtes à la couche interne.